

普通物理实验报告

介质中声速的测量

姓 名:

学 号:

指导老师:

序号;

二〇二四年 10 月

注：本实验使用的换能器是实验室的旧换能器。

一、 数据及处理

1. 共振频率的测量

表 1.1.1 共振频率测量数据表 ($\theta = 22.5^\circ C$)

序号	0	1	2	3	4	5
$f(kHz)$	38.500	39.000	39.500	40.000	40.500	41.000
$U_{pp}(V)$	3.20	5.60	4.00	3.36	2.08	1.92

共振频率测量结果： $f_0 = 39.000kHz$, $e_f = 0.001$, $\sigma_f = \frac{0.001}{\sqrt{3}}kHz$

2. 极值法

实验数据如下，其中相邻的 x_i 间距的理论值为 $\frac{\lambda}{2}$ ，测量仪测距的允差 $e_\lambda = 0.004mm$ 。

表 1.2.1 极值法测空气中声速数据表 (增大间距, $f_0 = 39.000kHz$, $\theta = 22.5^\circ C$)

序号	0	1	2	3	4
$x_i(mm)$	57.130	62.425	67.010	71.490	76.390
$U_{pp}(V)$	7.52	7.58	6.64	5.28	2.96
序号	5	6	7	8	9
$x_i(mm)$	81.370	85.880	88.600	92.710	96.730
$U_{pp}(V)$	7.44	6.24	6.52	6.80	6.28

表 1.2.2 极值法测空气中声速数据表 (减小间距, $f_0 = 39.000kHz$, $\theta = 22.5^\circ C$)

序号	0	1	2	3	4
$x_i'(mm)$	57.620	62.220	67.500	71.250	76.010
$U_{pp}(V)$	7.92	7.64	6.82	5.34	5.38
序号	5	6	7	8	9
$x_i(mm)$	80.020	84.956	87.950	92.030	95.900
$U_{pp}(V)$	6.04	6.24	6.64	6.60	6.34

使用逐差法计算声速：

$$y_i = \frac{2}{5}(x_{i+5} - x_i), \quad \lambda = \bar{y}_i$$

计算得到： $\lambda_1 = 8.8676mm$, $\lambda_2 = 8.5005mm$

根据 $v = \lambda f$, 代入 $f_0 = 39.00kHz$, 可得 $v_1 = 345.8364m/s$, $v_2 = 331.5195m/s$

下面计算波长和声速的不确定度：

$$\sigma_{\lambda A} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n-1} (y_i - \bar{y})^2}{n(n-1)}}, \quad \sigma_{\lambda B} = \frac{2}{5} \frac{e_\lambda}{\sqrt{3}}, \quad \sigma_\lambda = \sqrt{\sigma_{\lambda A}^2 + \sigma_{\lambda B}^2}$$

$$\sigma_v = v \sqrt{\left(\frac{\sigma_\lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_f}{f}\right)^2}$$

计算得：

$$\begin{aligned}\sigma_{\lambda_1A} &= 0.29mm, \sigma_{\lambda_1} = 0.29mm, \sigma_{v_1} = 11m/s; \\ \sigma_{\lambda_2A} &= 0.22mm, \sigma_{\lambda_2} = 0.22mm, \sigma_{v_2} = 8m/s\end{aligned}$$

于是：

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= (8.87 \pm 0.29)mm, v_1 = (346 \pm 11)m/s \\ \lambda_2 &= (8.50 \pm 0.22)mm, v_2 = (332 \pm 8)m/s\end{aligned}$$

3. 相位法

实验数据如下，其中相邻的 x_i 间距的理论值为 λ ，测量仪测距的允差 $e_\lambda = 0.004mm$

表 1.3.1 相位法测空气中的声速数据表（增大间距， $f_0 = 39.000kHz$, $\theta = 22.5^\circ C$ ）

序号	0	1	2	3	4
$x_i(mm)$	58.800	67.725	76.860	85.750	94.620
序号	5	6	7	8	9
$x_i(mm)$	103.310	112.240	121.250	130.405	139.200

表 1.3.2 相位法测空气中的声速数据表（减小间距， $f_0 = 39.000kHz$, $\theta = 22.5^\circ C$ ）

序号	0	1	2	3	4
$x_i(mm)$	58.730	67.600	76.665	85.600	94.515
序号	5	6	7	8	9
$x_i(mm)$	103.155	112.170	121.190	130.380	139.225

用逐差法和最小二乘法分别处理数据：

[1] 逐差法：

$$y_i = \frac{1}{5}(x_{i+5} - x_i), \lambda = \bar{y}_i$$

计算得到： $\lambda_1 = 8.9060mm, \lambda_2 = 8.9204mm$

根据 $v = \lambda f$ ，代入 $f_0 = 39.00kHz$ ，可得 $v_1 = 347.3340m/s, v_2 = 347.8956m/s$

下面计算波长和声速的不确定度：

$$\sigma_{\lambda A} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{n-1} (y_i - \bar{y})^2}{n(n-1)}}, \sigma_{\lambda B} = \frac{1}{5} \frac{e_\lambda}{\sqrt{3}}, \sigma_\lambda = \sqrt{\sigma_{\lambda A}^2 + \sigma_{\lambda B}^2}$$

$$\sigma_v = v \sqrt{\left(\frac{\sigma_\lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_f}{f}\right)^2}$$

计算得：

$$\begin{aligned}\sigma_{\lambda_1A} &= 0.009mm, \sigma_{\lambda_1} = 0.009mm, \sigma_{v_1} = 0.4m/s \\ \sigma_{\lambda_2A} &= 0.013mm, \sigma_{\lambda_2} = 0.013mm, \sigma_{v_2} = 0.5m/s\end{aligned}$$

于是：

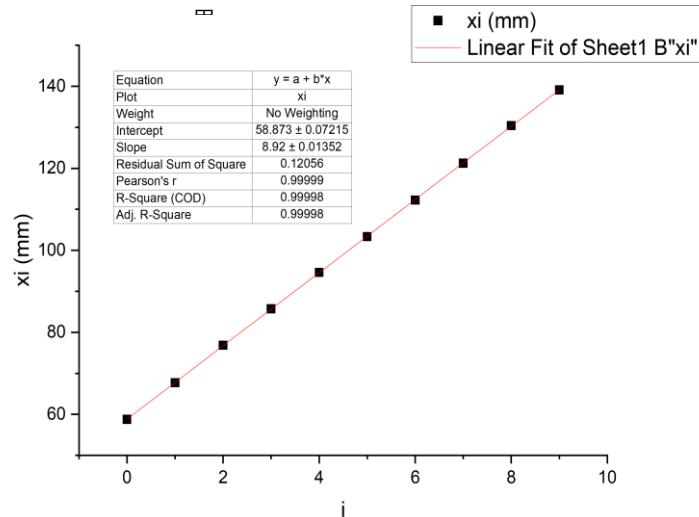
$$\lambda_1 = (8.906 \pm 0.009)mm, v_1 = (347.3 \pm 0.4)m/s$$

$$\lambda_2 = (8.920 \pm 0.013)mm, v_2 = (347.9 \pm 0.5)m/s$$

[2] 最小二乘法：

将数据导入 Origin 软件，进行线性拟合，有：

图 1.3.1 x_i 的线性拟合的结果



由拟合结果：

$$\lambda_1 = \frac{\sum_{i=0}^9 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=0}^9 (x_i - \bar{x})^2} = 8.9200mm, v_1 = 347.8800m/s$$

$$r_1 = \frac{\sum_{i=0}^9 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=0}^9 (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=0}^9 (y_i - \bar{y})^2}} = 0.99999$$

$$\sigma_{\lambda_1 A} = \lambda_1 \sqrt{\frac{1/r^2 - 1}{n-2}} = 0.0014mm$$

$$\sigma_{\lambda_1 B} = \frac{e_x}{\sqrt{3} \sqrt{\sum_{i=0}^9 (i - \bar{i})^2}}$$

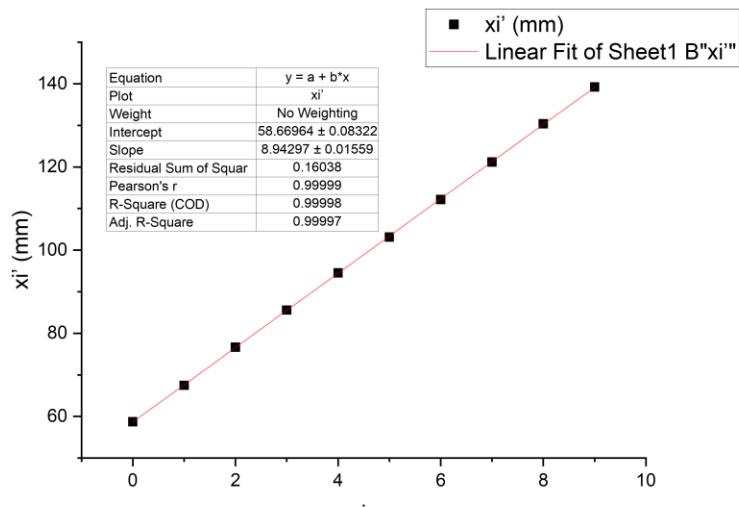
$$\sigma_{\lambda_1} = \sqrt{\sigma_{\lambda_1 A}^2 + \sigma_{\lambda_1 B}^2} = 0.014mm$$

$$\sigma_{v_1} = v_1 \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\lambda_1}}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_f}{f}\right)^2} = 0.5m/s$$

于是：

$$\lambda_1 = (8.920 \pm 0.014)mm, v_1 = (347.88 \pm 0.5)m/s$$

图 1.3.2 x_i' 的线性拟合的结果



同理, 对于 x_i' , 有:

$$\lambda_2 = 8.94297 \text{ mm}, v_2 = 348.77583 \text{ m/s}$$

$$r_2 = 0.99999$$

$$\sigma_{\lambda_2 A} = 0.014 \text{ mm}, \sigma_{\lambda_2 B} = \frac{e_x}{\sqrt{3} \sqrt{\sum_{i=0}^9 (i - \bar{i})^2}}$$

$$\sigma_{\lambda_2} = 0.014 \text{ mm}, \sigma_{v_2} = 0.5 \text{ m/s}$$

于是有:

$$\lambda_2 = (8.943 \pm 0.014) \text{ mm}, v_2 = (348.8 \pm 0.5) \text{ m/s}$$

4. 理想气体状态参量法

实验数据如下:

表 1.4.1 气体状态参量法测空气中的声速数据表

参量	$\theta(\text{C})$	$P_s(\text{Pa})$	$H(\%)$	$P(\text{mmHg})$
最小分度	1	0.1	2	0.1
数据	22.5	2726.3	50	762.1

根据表格, 22°C 时对应的饱和蒸汽压为 2643.5Pa, 23°C 时对应的饱和蒸汽压为 2809.1Pa, 则 22.5°C 对应的饱和蒸汽压为 $\frac{2643.5 + 2809.1}{2} = 2726.3 \text{ }^{\circ}\text{C}$ 。

$$v = 331.45 \sqrt{\left(1 + \frac{\theta}{T}\right) \left(1 + \frac{0.3192 P_s}{p}\right)} = 345.3039 \text{ m/s}$$

$$dv = 331.45 \times \frac{1}{2 \sqrt{\left(1 + \frac{\theta}{T}\right) \left(1 + \frac{0.3192 P_s}{p}\right)}} \left(\left(1 + \frac{0.3192 P_s}{p}\right) \frac{273.15}{(\theta + 273.15)^2} d_{\theta} + \left(1 + \frac{\theta}{T}\right) \frac{0.3912}{p} d_{P_s} + \left(1 + \frac{\theta}{T}\right) \left(-\frac{0.3912 P_s}{p^2}\right) d_p \right)$$

$$\sigma_v = 331.45 \times$$

$$\frac{1}{2 \sqrt{\left(1 + \frac{\theta}{T}\right) \left(1 + \frac{0.3192 P_s}{p}\right)}} \sqrt{\left(\left(1 + \frac{0.3192 P_s}{p}\right) \frac{273.15}{(\theta + 273.15)^2} \sigma_{\theta}\right)^2 + \left(\left(1 + \frac{\theta}{T}\right) \frac{0.3912}{p} \sigma_{P_s}\right)^2 + \left(\left(1 + \frac{\theta}{T}\right) \left(-\frac{0.3912 P_s}{p^2}\right) \sigma_p\right)^2} = 0.7 \text{ m/s}$$

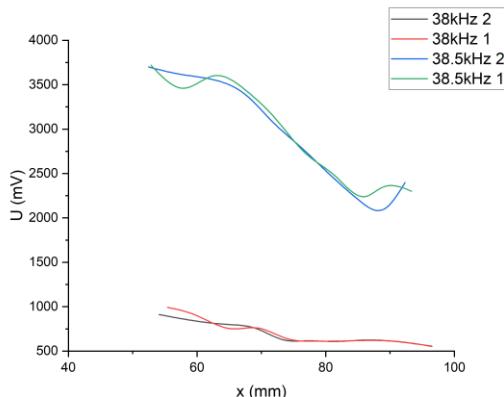
于是:

$$v = (345.3 \pm 0.7) \text{ m/s}$$

5. 声波振幅随距离的关系

以下是分别调整频率为 38kHz 和 38.5kHz, 采用极值法测量的声波振幅随距离的关系图。

图 1.5.1 声波振幅随距离的关系



可以发现，从总体规律上看，声波振幅随着距离的增加而衰减。

其中有个别位置存在声波振幅随着距离的增加而增加的情况，猜测可能有以下几点原因：

- a) 换能器受环境干扰大；
- b) 由于示波器硬性条件的原因，读数存在误差；
- c) 实验操作时很难将换能器完全精确调整至振幅最大的位置。

二、实验讨论

1. 几种误差评价方法的适用情况和优劣

- ① 逐差法适用于线性关系和简单趋势分析。优点为计算简单、易于观察和实现；缺点是对于外界干扰较为敏感、且忽略了数据之间的相关性。
- ② 最小二乘法适用于讨论数据点之间的线性回归关系，有时通过简单的数学变换，也可以用于讨论非线性关系。优点为可以有效减少外界干扰的影响，适用于复杂的数学关系，综合考虑了数据之间的联系；缺点是计算较为复杂，对异常值较为敏感，需要提前进行数据预处理。

2. 误差数值的合理性

计算得到的不确定度较为合理。

通过对实验结果的分析可以发现，极值法的不确定度较大，而相位法和气体状态参量法的不确定度较小。这说明本次实验误差起主导作用的是随机误差，系统误差影响相对较小。而系统误差未被计入。

3. 极值法的不确定度大于相位法的主要误差来源：

- ① 实验操作者无法精确定位振幅最大处；
- ② 外界干扰对于换能器接收信号有较大影响，使得示波器上波形的振幅发生显著变化；

4. 探究频率对声速数值的影响：

改变信号发生器的频率分别为 38.000kHz 、 38.500kHz ，得到以下数据：

表 2.4.1 极值法测空气中声速数据表（增大间距， $f_0 = 38.000\text{kHz}$ ， $\theta = 22.5^\circ\text{C}$ ）

序号	0	1	2	3	4
$x_i(\text{mm})$	55.400	59.555	65.335	69.365	74.215
$U_{pp}(\text{mV})$	992	912	752	760	636
序号	5	6	7	8	9
$x_i(\text{mm})$	77.780	81.430	86.495	91.690	96.530
$U_{pp}(\text{mV})$	612	612	620	604	552

表 2.4.2 极值法测空气中声速数据表（减小间距， $f_0 = 38.000\text{kHz}$ ， $\theta = 22.5^\circ\text{C}$ ）

序号	0	1	2	3	4
$x_i(\text{mm})$	54.085	59.000	64.740	69.120	73.580
$U_{pp}(\text{mV})$	912	848	800	756	624
序号	5	6	7	8	9
$x_i(\text{mm})$	76.950	81.270	85.950	91.530	96.470
$U_{pp}(\text{mV})$	616	608	624	604	556

表 2.4.3 极值法测空气中声速数据表 (增大间距, $f_0 = 38.500\text{kHz}$, $\theta = 22.5^\circ\text{C}$)

序号	0	1	2	3	4
$x_i(\text{mm})$	52.830	57.970	62.520	67.870	71.930
$U_{pp}(\text{V})$	3.72	3.46	3.60	3.42	3.14
序号	5	6	7	8	9
$x_i(\text{mm})$	76.980	81.348	86.160	88.680	93.350
$U_{pp}(\text{V})$	2.72	2.48	2.24	2.34	2.30

表 2.4.4 极值法测空气中声速数据表 (减小间距, $f_0 = 38.500\text{kHz}$, $\theta = 22.5^\circ\text{C}$)

序号	0	1	2	3	4
$x_i(\text{mm})$	52.460	57.250	62.3250	67.990	71.490
$U_{pp}(\text{V})$	3.70	3.62	3.56	3.36	3.10
序号	5	6	7	8	9
$x_i(\text{mm})$	76.39	81.055	85.145	89.105	92.34
$U_{pp}(\text{V})$	2.78	2.46	2.20	2.10	2.40

分别计算波长数值和声速数值, 得到:

$$\lambda_1 = 8.8044\text{mm}, v_1 = 334.5672\text{m/s}$$

$$\lambda_2 = 8.9316\text{mm}, v_2 = 339.4008\text{m/s}$$

$$\lambda_3 = 9.0718\text{mm}, v_3 = 349.2658\text{m/s}$$

$$\lambda_4 = 9.0016\text{mm}, v_4 = 346.5616\text{m/s}$$

结论: 当信号发生器的频率接近共振频率时, 测得的声速较为准确。

原因: 越接近共振频率, 声波的幅度越大, 可以获得较大的响应信号, 因此可以提高测量精度。

三、收获与感想

经过此次实验, 我对于逐差法和最小二乘法的计算方式、应用场景、优势劣势有了更深刻的了解。此次实验也极大地锻炼了我的动手操作能力、数据处理能力和对于使用 LaTeX 排版相关物理公式的能力。在实验过程中, 我不仅需要准确地进行数据测量和记录, 还需要运用统计学知识对数据进行分析和处理。通过使用逐差法和最小二乘法, 我学会了如何从原始数据中提取有用的信息, 并进行合理的误差分析。此外, 我还掌握了使用 LaTeX 排版复杂物理公式的技巧, 这不仅提高了我的文档排版效率, 也使得我的实验报告更加专业和规范。